

Conceptos de deformación

INTRODUCCIÓN

Cuando se somete un cuerpo a un sistema de fuerzas, éste sufrirá uno o más de los siguientes efectos (**figura 1**):

1. traslación: transporte en relación a un sistema de coordenadas externo.
2. rotación: cambio de orientación angular con respecto al sistema de coordenadas externo.
3. distorsión: cambio de forma interno.
4. dilatación: cambio de volumen.

Es conveniente agrupar estos desplazamientos en dos clases generales. Los movimientos de cuerpo rígido son los que implican un cambio de posición de todas las partículas de una masa en relación a un sistema de ejes de coordenadas. Este aspecto es materia de estudio de la **dinámica**, rama de la mecánica que estudia las relaciones entre fuerza y movimiento. El cambio de posición de las partículas unas con respecto a otras se llama **deformación global** (*deformation*). El estudio del estado deformado es otra rama de la mecánica, aunque mucho más compleja, que estudia la **distorsión**, también llamada **deformación interna** (*strain*). La **dilatación** se estudia aparte pues si bien ocasiona cambio de volumen, el mismo no implica siempre deformación interna.

En geología, al igual que en física, los problemas asociados con estas dos clases son muy diferentes. Por ejemplo, la determinación de la distancia de transporte de un manto de corrimiento esencialmente intacto puede suponer el desvelar las relaciones entre facies sedimentarias originales en rocas de la misma edad encontradas encima y debajo del plano de cabalgamiento. En cambio, el estudio del plegamiento, que puede conllevar muy poco o ningún transporte, consiste en comparar la estructura con la condición original predeformada de las rocas.

El **análisis de la deformación** es esencialmente una *descripción geométrica del estado deformado*. Incluso en una estructura simple esta descripción puede ser sumamente complicada. Imaginemos un cuerpo de referencia, de tamaño y forma conocidos, englobado en una masa rocosa (por ejemplo, el cubo de la **figura 1**).

Después de la deformación, este cuerpo tendrá una configuración muy diferente. En el caso general el resultado será un cuerpo irregular; los planos originales se han convertido en curvoplanos y las líneas originales en curvilíneas. La deformación se califica de inhomogénea. Una de las formas de estudio es introducir una simplificación. Consideremos una parte mucho menor de la masa irregularmente deformada (el pequeño cubo del extremo A, **figura 1**). A diferencia de lo que ocurre con toda la masa, el equivalente deformado de este pequeño cuerpo de referencia tiene un alto grado de regularidad; aunque está distorsionado, los planos siguen siendo planos y las líneas, rectas. Este estado de deformación es homogéneo.

Por consiguiente, este método de abordar el problema supone buscar estas partes pequeñas para las cuales la deformación es efectivamente homogénea, y luego confeccionar un patrón global, bien sea comparando una serie de partes homogéneas adyacentes o bien haciendo una extrapolación basada en la continuidad de las estructuras relacionadas con la deformación. Pero para hacer esto es necesario

comprender la geometría de la deformación homogénea. Aunque en última instancia los problemas de deformación deben tratarse en tres dimensiones, muchos de los casos pueden razonarse con sólo dos dimensiones. El supuesto simplificador de que la deformación puede estar completamente representada en dos dimensiones también sirve para introducirnos en el tema. Un modo de explorar la geometría de una deformación bidimensional o plana es utilizar modelos de barajas.

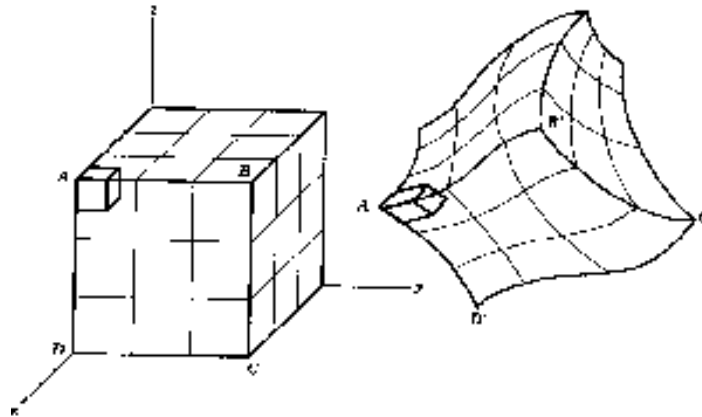


Figura 1. Torsión, rotación, dilatación y elongación de un cubo de referencia.

MODELOS DE BARAJAS

La técnica es sumamente sencilla. En el canto de un juego de cartas o tarjetas de un grosor adecuado se marcan varias formas. Luego el juego se somete a un cizallamiento. Esto se logra fácilmente flexionando el juego mientras lo sujetamos firmemente por un extremo, y luego soltándolo mientras se sujeta firmemente por el otro extremo. Ahora la forma del juego y las figuras marcadas en su canto están distorsionadas.

Técnicamente, la **deformación distorsional** (*strain*) implica una alteración continua de la forma, mientras que la «deformación» del juego de cartas se simula mediante una serie de pequeños deslizamientos y cada carta se mantiene no deformada (**figura 2**). Cuanto más delgadas son las cartas, mayor es la aproximación a una distorsión continua. Cuando en un juego de cartas delgadas se marcan formas de aproximadamente un centímetro o algo más, para fines prácticos las distorsiones pueden considerarse continuas. Para este objetivo son muy útiles las tarjetas IBM desechadas. Son de tamaño uniforme, delgadas, pero suficientemente consistentes, y pueden conseguirse fácilmente en gran cantidad en cualquier centro de computación. Sólo se requiere que las tarjetas no hayan sido procesadas más que mostrarse matemáticamente que esta transformación se realiza una sola vez, ya que de lo contrario puede haber dificultades en cizallar uniformemente el juego.

Para experimentos cuantitativos puede resultar conveniente disponer de una cubeta cuadrada de tres caras para sostener las cartas en la posición cizallada (véase Ragan, 1969a, pág. 135). Entonces los resultados pueden ser analizados directamente en las cartas, o los patrones se pueden reproducir fácilmente en una fotocopidora de ventana plana.



Figura 2. Juego de cartas que los bordes se deforman homogéneamente, con el área y la forma de la elipse de deformación por el ángulo de cizalla. El ángulo ψ es el ángulo de cizalla.

DEFORMACIÓN HOMOGÉNEA

Este tipo de distorsión del juego de cartas se llama **cizalla simple**, tipo muy especial de deformación. Pero a pesar de este carácter especial, los modelos ilustran muchas propiedades de deformaciones más generales, incluida la existencia de una componente rotacional. La deformación es homogénea si las líneas rectas se conservan rectas y si las paralelas se mantienen paralelas. En los modelos de barajas estas condiciones se consiguen asegurándose de que el borde del juego cizallado se mantiene recto; ello resulta fácil con el mecanismo de la flexión. El parámetro más sencillo de la cizalla simple es el ángulo de cizalla (ψ), que es el cambio experimentado por un ángulo originariamente recto. En los modelos esto se mide fácilmente empezando con un juego cuyo extremo sea cuadrado (véase la **figura 2**).

El experimento básico consiste en deformar homogéneamente un juego en el que se ha dibujado un círculo. Resulta una elipse: es la elipse de deformación (véanse las **figuras 2 y 3**). Puede demostrarse matemáticamente que esta transformación produce una elipse exacta (Ramsay, 1967, pág. 58). Aunque en un modelo de baraja el énfasis se pone en el borde plano de las cartas, desde luego la deformación se produce en toda la baraja, es decir, en tres dimensiones. Por lo tanto, el círculo original puede imaginarse como el plano diametral de una esfera englobada en la baraja. A consecuencia de la deformación, esta esfera se convierte en un elipsoide. Después de lograr una elipse pronunciada y de tamaño suficientemente grande se pueden hacer las siguientes observaciones y mediciones (**figura 3**):

1. Localizar y trazar los dos ejes de la elipse perpendiculares entre sí. Está claro que éstos eran diámetros del círculo (y de la esfera) original y representan las líneas de elongación máxima y mínima de longitud $(1 + e_1)$ y $(1 + e_3)$. En cizalla simple, las longitudes paralelas al eje intermedio del elipsoide, es decir, perpendiculares al canto plano de la baraja, se mantienen igual $(1 + e_2 = 1)$. Los valores de las longitudes nuevas se pueden calcular con la fórmula $e = (l_f - l_i) / l_i$ en que l_i y l_f son las longitudes inicial y final respectivamente. Así, la extensión e (que puede ser positiva o negativa) es un parámetro simple de cambio de longitud.
2. Análogamente, también se puede determinar la extensión asociada con cualquier línea de orientación intermedia, por ejemplo, a lo largo de los ejes de coordenadas (e_x y e_y).
3. Ahora es posible calcular el cambio de área $\Delta = (1 + e_1)(1 + e_3) - 1$. Para la elipse de la baraja este cálculo demuestra que $\Delta = 0$, es decir, en cizalla simple no hay cambio de área.
4. Si a la elipse final se le superpone un círculo concéntrico idéntico al círculo inicial, se encuentran dos líneas especiales que no han sufrido cambio de longitud (ab y cd en la fig. 5.3).

Estas dos líneas se llaman líneas de no deformación longitudinal finita. En cizalla simple una de ellas coincide siempre con la dirección de cizalla.

5. Efectuando las sumas $[1 / (1 + e_1)^2 + 1 / (1 + e_3)^2]$ y $[1 / (1 + e_x)^2 + 1 / (1 + e_y)^2]$ se demuestra que ambas son iguales y esta relación se mantiene para cualquier par de direcciones perpendiculares. El valor constante de esta suma se llama primera invariante de la deformación (1»). Esto también sugiere que además de e pueden ser matemáticamente convenientes otros parámetros de cambio de longitud. Así definen la elongación cuadrática $\lambda = (1 + e)^2$ y la elongación cuadrática recíproca $\lambda' = 1 / \lambda$. A pesar de la forma aparentemente compleja de estos nuevos parámetros, su empleo realmente supone una simplificación. Concretamente, con ellos se pueden resolver varios problemas de objetos deformados.

6. Volviendo a colocar la baraja en su posición inicial, se ve que las líneas que eran los ejes principales de la elipse son también perpendiculares en el círculo inicial. Estas dos líneas son únicas. Ninguna otra pareja de líneas sigue siendo perpendicular después de la deformación. Estas líneas son los ejes principales de deformación. Durante la cizalla simple, y por lo general, giran un ángulo $\omega = \epsilon - \epsilon'$; **figura 3**. Esta es la componente rotacional de la deformación. La deformación total puede concebirse pues como debida a dos componentes: una rotación de cuerpo rígido de un ángulo ω , seguida de una deformación pura (no rotacional), es decir, de una extensión y contracción lineal en la dirección de los ejes respectivos de la elipse, sin cambio de orientación.

7. Obsérvese, además, que al devolver a la baraja su configuración inicial, el círculo empleado para definir las líneas de no elongación finita se convierte en una elipse de forma idéntica a la elipse de deformación, pero inclinada en sentido opuesto. Esta elipse, que en el estado deformado se convierte en un círculo, se llama elipse de deformación recíproca. Sus ejes también coinciden con las líneas perpendiculares entre sí del círculo inicial.

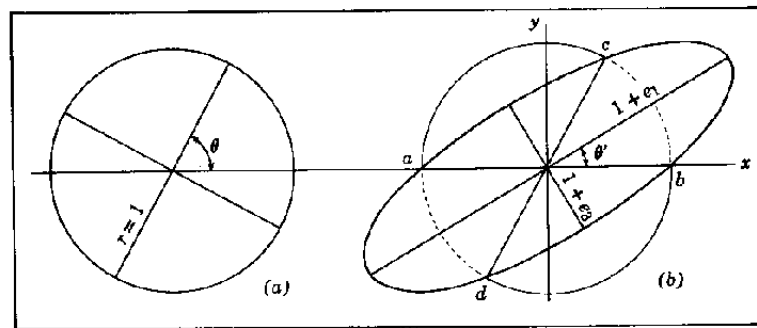


Figura 3 Algunas propiedades geométricas de un círculo unidad transformado en elipse por cizalla simple. (a) Círculo original con las líneas perpendiculares entre sí destinadas a convertirse en los ejes de la elipse. El ángulo θ define la orientación de estas líneas. (b) Elipse de deformación. El ángulo θ' fija la orientación de los ejes de la elipse.

DESARROLLO PROGRESIVO DE LA ELIPSE DE DEFORMACIÓN

Aún más importante que la manifestación de la geometría de la deformación es intuir cómo esta geometría se desarrolla y cambia progresivamente durante la deformación. Para empezar, esto puede lograrse bastante rápidamente cizallando varias veces la baraja mediante una serie de pequeños incrementos. Pero puede obtenerse un cuadro mucho más preciso confrontando ciertos cambios de longitud y orientación con el ángulo de cizalla creciente. Por ejemplo:

1. Representar en un sistema de coordenadas los valores $(1 + e_1)$, $(1 + e_3)$ y $R_1 (1 + e_1) / (1 + e_3)$ (ver **figura 4a**).
2. Análogamente, representar el ángulo entre el eje mayor de la elipse y la dirección de cizalla (**figura 4b**). En deformaciones pequeñas puede resultar algo difícil localizar con precisión los ejes de la elipse; puede facilitar las cosas el ir haciendo las mediciones a medida que se va eliminando progresivamente la deformación de la baraja. Determinar la orientación al iniciarse la deformación es todavía más difícil; en este caso puede facilitar las cosas el constatar que las líneas de no deformación longitudinal empiezan en las posiciones 0° y 90° .
3. Confrontar los valores de $(1 + e_1)$ con los de $(1 + e_3)$ en el transcurso de la deformación creciente (**figura 5**). Este gráfico da una historia de las etapas por las que pasa la elipse para llegar a un estado final de deformación. La curva que representa esta historia se llama **trayectoria de la deformación** (*deformation path*) y para elipses de área constante se sitúa en la curva definida por la relación $(1 + e_1) / (1 + e_3)$. Este tipo de representación bidimensional de la deformación no toma en cuenta la componente rotacional de la deformación. Esta es una limitación bastante seria ya que, por ejemplo, no separa las elipses de deformación formadas por cizalla pura de las formadas por cizalla simple. Sin embargo, aunque de forma incompleta, demuestra claramente que los resultados de los modelos son totalmente aplicables a deformaciones generales bidimensionales de área constante, porque los patrones del estado final de deformación son independientes de la baraja.
4. El ángulo de rotación ω puede hacerse intervenir en un diagrama tridimensional (**figura 6**). Con este gráfico se ve claramente que hay muchas otras elipses equiareales que no se forman por cizalla pura o cizalla simple.

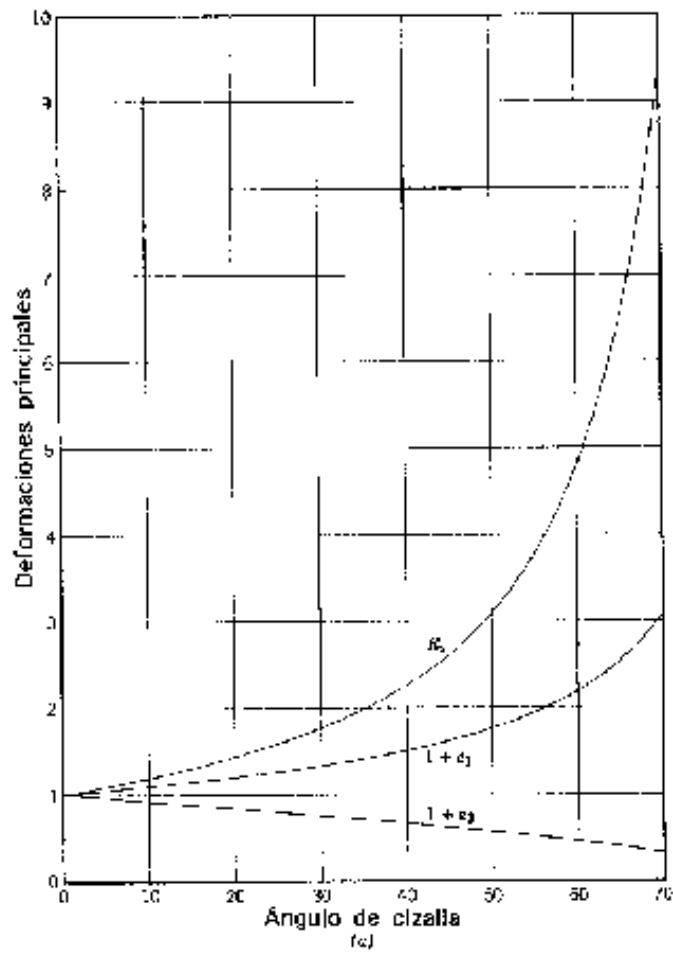
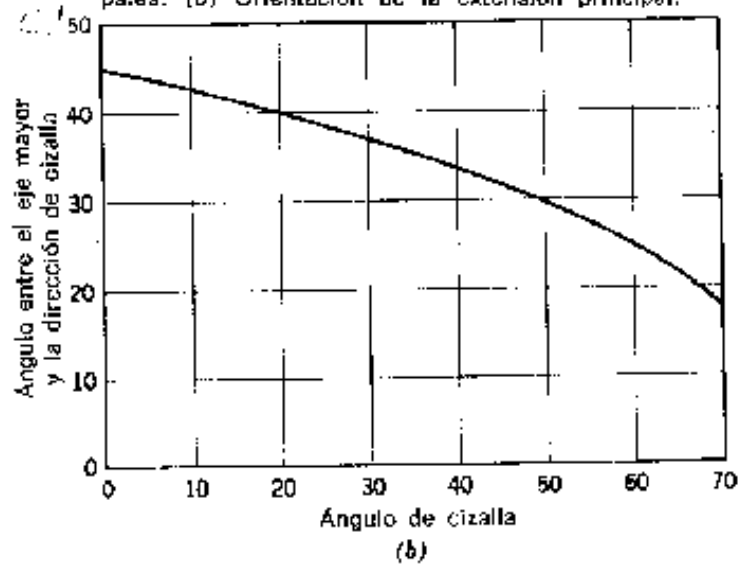


Figura 4 Cambios de la elipse de deformación en cizalla simple. (Según Ramsay, 1967, p. 85-86.)
 (a) Valores y razón de las deformaciones principales. (b) Orientación de la extensión principal.



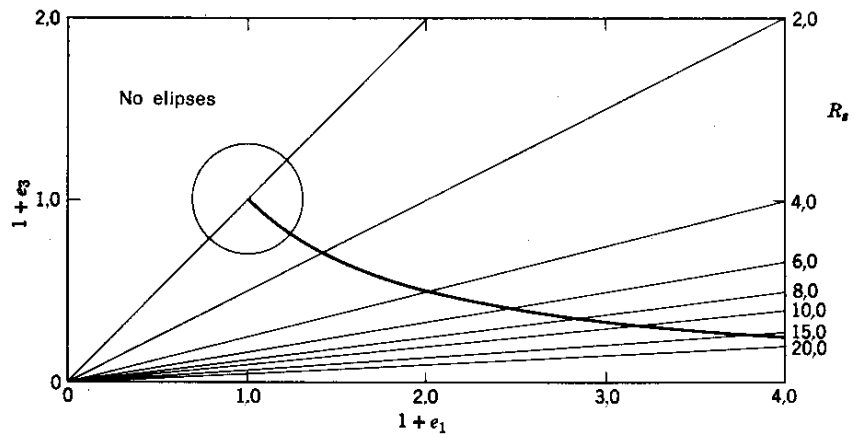


Figura 5 Curso de la deformación en dos dimensiones. El curso indicado corresponde a elipses de área constante. Si en la deformación se produce aumento de área las elipses caen encima de la curva y si el área disminuye las elipses caen debajo. (Según Ramsay, 1967, p. 95.)

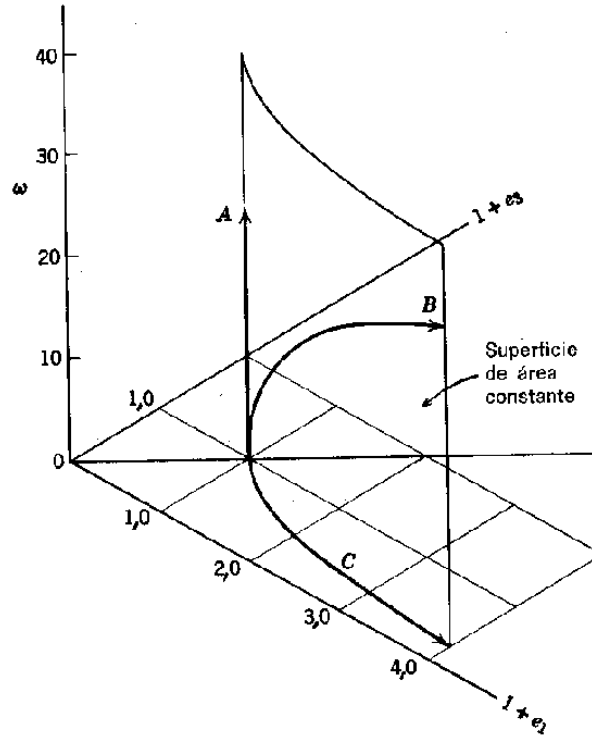


Figura 6 Cursos de deformación en tres dimensiones. La línea A indica el curso correspondiente a rotación de cuerpo rígido, la línea B, a elipses de cizalla simple y la línea C representa elipses formadas por cizalla pura (sin rotación). Todos estos cursos caen en la superficie de área constante. (Según Ramsay, 1967, p. 96.)

DEFORMACIÓN SUPERPUESTA

Los diversos gráficos, en especial el de deformación, ponen claramente de manifiesto el hecho de que la elipse de deformación pasa por una serie de elipses intermedias antes de llegar al estado final de deformación. Esta sucesión puede imaginarse en términos de una serie de incrementos por los cuales a una elipse de deformación se le superpone otra. La geometría de estas deformaciones superpuestas queda bien ilustrada si se deforma una baraja que tenga una elipse y un círculo (figura 7). En general, las orientaciones de la elipse inicial, de la elipse final y de la elipse de deformación, no coincidirán. Además, las razones entre las dos longitudes axiales, la de la elipse inicial R_i , la de la elipse final R_f y la de la elipse de deformación R_s , no guardan una relación simple. Todo ello se ve mejor si se elimina la componente rotación de cuerpo rígido (figura 8). La comparación entre la forma inicial y la final demuestra claramente que las líneas materiales, como por ejemplo las paralelas a los ejes de la elipse inicial, cambian de orientación. También se da una rotación aparente de la elipse final, porque durante la deformación el vértice ocupa puntos materiales sucesivamente diferentes.

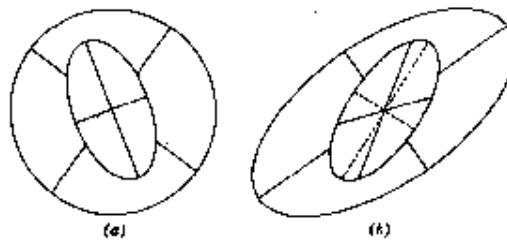


Figura 7 Elipses de deformación superpuestas. (a) Elipse que representa un determinado estado de deformación y círculo de referencia de mayor tamaño dibujado en la baraja. (b) Después de una deformación por cizalla simple. Obsérvese que los ejes de la elipse inicial (líneas continuas), los ejes de la elipse deformada dos veces (líneas de trazos) y los ejes principales de la deformación adicional no coinciden. (Según Ramsay, 1967, p. 92.)

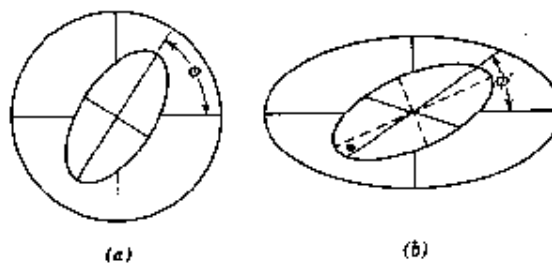


Figura 8 Las mismas formas de la fig. 5.7, ajustadas para eliminar la componente rotacional de la deformación.

Debe quedar claro que la orientación ϕ_f y la forma R_f de la elipse final dependen del ángulo que forma la elipse inicial con la dirección de deformación principal máxima ϕ_i y de los valores de R_i y R_s . Los aspectos matemáticos de estas relaciones han sido tratados en detalle por Ramsay (1967, págs. 91-94, 204-211), por Dunnet (1969) y por Elliott (1970), quien además da un método gráfico para resolver las ecuaciones. Lo esencial también puede ponerse de manifiesto mediante un experimento con una baraja. Si se deforman una serie de elipses de razón axial constante y de orientación distinta, las formas resultantes tendrán determinadas características. En el ejemplo (**figura 9a**) hay diversas formas y una tendencia a que los ejes mayores estén alineados paralelamente a la dirección de elongación máxima.

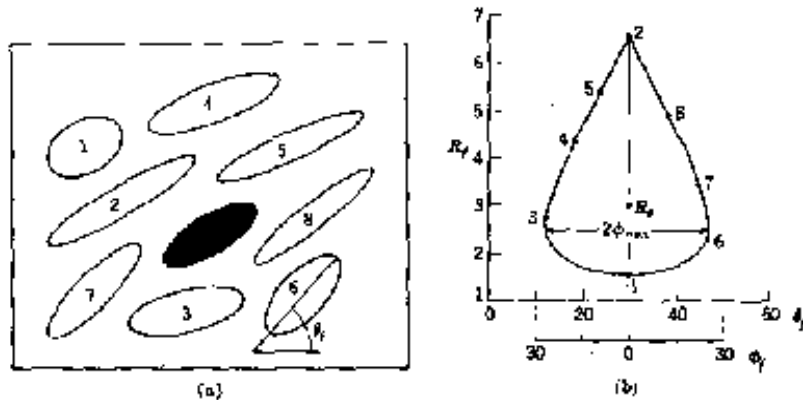


Figura 9 Deformación inhomogénea de elipses de razón axial originalmente constante diversamente orientadas. (a) Resultados de la deformación con $R_s > R_i$. El ángulo ϕ_i fija la orientación del eje mayor de cada forma elíptica. La elipse negra es la elipse de deformación (inicialmente un círculo). (b) Gráfico $R_f = \theta_f$; el ángulo ϕ_f de cada elipse ilustra la relación entre las elipses deformadas y la elipse de deformación. (R_i) cae cerca del centro de la téngrma. (Según Ramsay, 1967, p. 211.)

Este patrón se ve mejor confrontando gráficamente la R_f de cada elipse con el ángulo de orientación θ_f medido a partir de una línea de referencia arbitraria (**figura 9b**). Los puntos resultantes se sitúan en una curva cerrada, simétrica respecto a un valor fijo de θ_f , que define la orientación del eje mayor de la elipse de deformación $\phi_f = 0$. En esta línea hay dos puntos que representan los casos especiales en los que la elipse inicial y las direcciones de las deformaciones principales son coaxiales (elipses 1 y 2 de la **figura 9a**). Estas dos elipses tienen un interés especial:

1. Si el eje mayor de la elipse inicial es paralelo a la dirección de extensión máxima se produce una forma estrecha cuya razón axial es el producto de las dos razones: $R_{fmax} = R_s R_i$.
2. Si el eje mayor de la elipse inicial es paralelo a la dirección de extensión mínima, la razón de la forma ancha resultante es el cociente de las dos razones: $R_{fmin} = R_s / R_i$. (Esto sólo es cierto cuando $R_s > R_i$, como en el ejemplo. Si $R_s < R_i$ se debe aplicar un razonamiento algo diferente, como el que se discute a continuación).

Así, conociendo por el gráfico los valores de R_{fmax} y de R_{fmin} , se pueden determinar los valores de R_s de R_i :

$$R_s = (R_{fmax} R_{fmin})^{1/2}$$

$$R_i = (R_{fmax} / R_{fmin})^{1/2} \quad (1)$$

Este gráfico pone claramente de manifiesto una característica adicional de estas elipses deformadas. Hay una variación sistemática distintiva en la orientación de sus ejes mayores. Una medida de esta variación es la diferencia angular entre los ejes mayores de las orientaciones extremas (3 y 6 de la figura 9). Este ángulo se denomina fluctuación 2-max y es una función de los valores relativos de R_i y R_s . Cuando $R_s > R_i$, como en el ejemplo, la fluctuación es bastante pequeña, y seguirá disminuyendo al aumentar la deformación. Para una orientación originaria al azar y para las primeras etapas de deformación, $\phi_{max} = 90^\circ$, es decir, las elipses no tienen orientación preferente. La inflexión se produce cuando $R_s = R_i$ entonces, con un pequeño incremento adicional de la deformación "se genera" una fuerte orientación (**figura 10**). Todos estos cambios pueden seguirse durante el cizallamiento progresivo de un modelo de baraja.

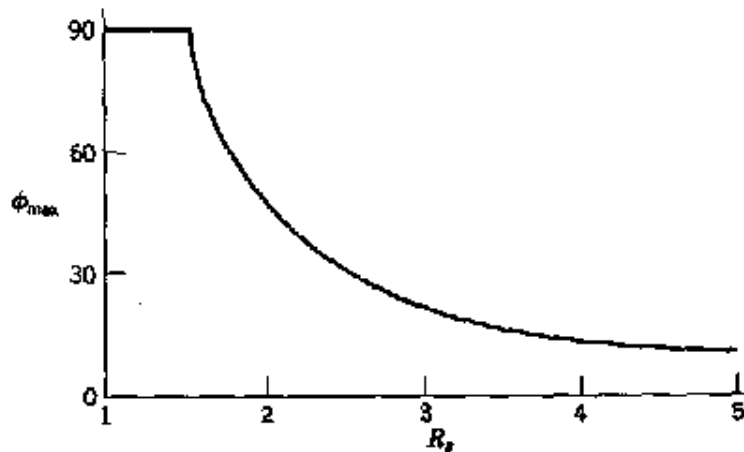


Figura 10 Curva típica que muestra la variación ϕ_{max} al aumentar la razón de deformación, R_s . (Según Elliott, 1970, p. 2232.)

Cuando $R_s < R_i$ y $\phi_{max} = 90^\circ$, la confrontación gráfica R_f / ϕ da una curva con un pico ancho (**figura 11**). Teóricamente, R_s y R_i todavía son determinables (en este caso $R_{fmin} = R_i/R_f$), pero en la práctica, la dispersión de los puntos dificultará el estimar la orientación de la elipse de deformación y los valores de las razones extremas. Ramsay (1967, pág. 210) discute algunos otros aspectos de este problema.

Después de analizar cómo se combinan estas elipses, se ve que algo similar debe ocurrir durante cada incremento de deformación progresiva. Esto puede ilustrarse de una manera un tanto burda, deformando un círculo de referencia a través de una serie de incrementos finitos y añadiendo un nuevo círculo de referencia a la baraja después de cada paso. Al llegar al incremento final, las diferentes elipses registrarán con cierto detalle lo que ocurrió en cada etapa de la historia que condujo al desarrollo del estado final de deformación, representado por el equivalente deformado del círculo inicial (ver **figura 12**). En cada paso deben existir **líneas de no deformación longitudinal** que dividan las elipses en dos pares de sectores. Las líneas materiales situadas en los sectores que incluyen los ejes mayores sufren extensión, mientras que las líneas de los demás sectores sufren acortamiento. Como ya se ha indicado, las líneas de no

deformación longitudinal se originan en las posiciones 0° y 90° en el mismo instante en que empieza la deformación.

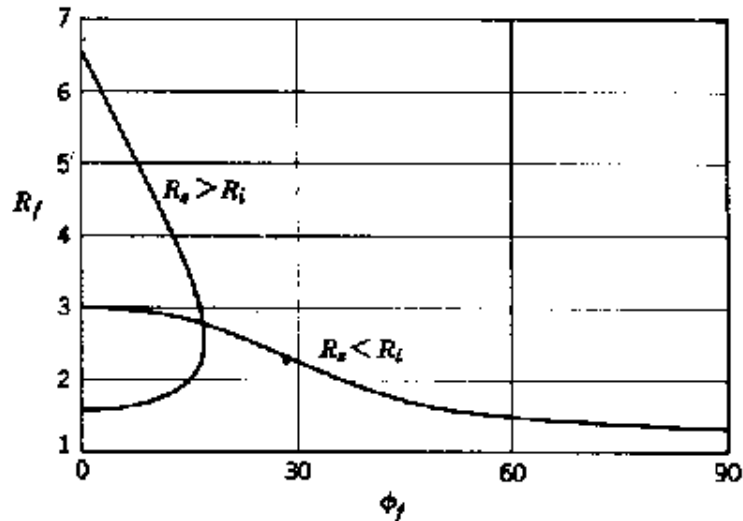


Figura 11 Diagrama R_f/ϕ con curvas en que $R_s > R_i$ y $R_s < R_i$.

Cada nuevo círculo añadido registra los cambios producidos en los pasos subsiguientes. Estas figuras adicionales también llevan asociadas zonas de extensión y contracción. Finalmente, después del último paso (véase la columna 5, **figura 12**), todas las elipses registran lo que debe haber ocurrido durante este último incremento de deformación. Obsérvese, no obstante, que las líneas que limitan las zonas de extensión y acortamiento de cada elipse final tienen orientaciones diferentes. Así, es evidente que algunas líneas de las zonas de acortamiento experimentan una extensión y, análogamente, algunas líneas de la zona de extensión experimentan un acortamiento en alguna etapa de su historia. Esto puede demostrarse fácilmente con el modelo de la baraja centrandó la atención en la historia de determinadas líneas. Por ejemplo, una línea material situada en el campo de contracción pero cercana a la línea no inicial de no deformación longitudinal en principio sufrirá acortamiento (véase la línea ab, **figura 12**). Pero girará más rápidamente que la línea de no deformación longitudinal (que no es una línea material) y así la barrerá y pasará a la zona de extensión. Posteriormente experimentará un alargamiento progresivo.

Como el desarrollo de la elipse de deformación es un proceso continuo, un análisis basado en unos cuantos incrementos finitos sólo puede ser una aproximación de lo que realmente ocurre durante la deformación progresiva. Un cuadro más aproximado puede obtenerse considerando un número mayor de incrementos menores, aunque evidentemente hay limitaciones prácticas para ello. Una sucesión completamente precisa se obtiene cuando, como en el cálculo diferencial, se considera que los incrementos son infinitamente pequeños. Esto lleva a la idea de la elipse de **deformación infinitesimal**; es decir, la elipse que sólo se desvía muy poco del círculo de referencia. Las **deformaciones infinitesimales** se utilizan corrientemente en ingeniería para describir el comportamiento elástico; esto implica supuestos simplificadores que las hacen matemáticamente más fáciles de tratar y que se aplican con precisión suficiente incluso para extensiones de menos del 1%.

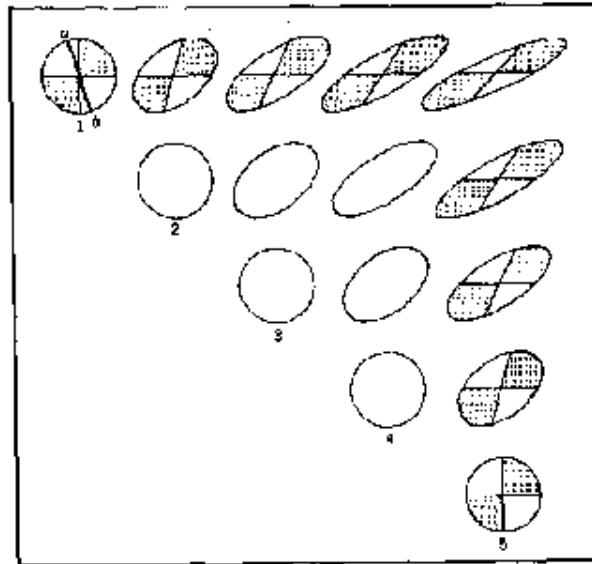


Figura 12 Incrementos finitos en deformación progresiva. Los sectores punteados son zonas de extensión neta en cada incremento. La fila 1 da la historia de la deformación. La columna 5 indica los cambios que se producen durante el incremento final. Nótese que los sectores no coinciden; a guisa de líneas de las zonas contraídas en realidad se debían estar extendiendo.

El mismo razonamiento es también útil para comprender las deformaciones progresivas finitas, es decir, grandes deformaciones que así pueden concebirse en términos de una serie de incrementos infinitesimales superpuestos a la elipse de deformación finita en vías de desarrollo. En cizalla simple los ejes de deformación principal infinitesimal se encuentran a 45° de la dirección de cizalla, y las líneas de no deformación longitudinal infinitesimal son paralelas y perpendiculares a esta dirección (**figura 13a**). Cada incremento de deformación infinitesimal tiene exactamente esta misma orientación. A medida que la deformación progresa, la línea material que coincide con la línea inicial de no deformación longitudinal infinitesimal (indicada por el subíndice 1 en la **figura 13a**) sufre una rotación. Después del incremento final esta línea se encuentra en la zona que se extiende (indicada por el subíndice 1' en la **figura 13b**). El incremento infinitesimal final también lleva asociado a él una línea de no deformación longitudinal infinitesimal (indicada por el subíndice n). La posición de estas líneas, junto con las líneas de no deformación longitudinal finita, define varias zonas, cada una de las cuales tiene una historia característica de contracción, de expansión o de ambas cosas (**figura 13 b**).

La **zona 1** es la zona de extensión finita. Las líneas de la subzona 1 a sufren un proceso de elongación continua; las líneas de la subzona 1 b tienen una etapa inicial de contracción (la línea ab de la fig. 5.12 es un ejemplo de ellas).

La **zona 2** contiene líneas que se contrajeron pero experimentaron elongación en una etapa posterior. El cambio neto aún es acortamiento.

La **zona 3** es la zona de contracción continua.

Otros tipos de deformación distintos a la cizalla simple desarrollan patrones zonales de distintos grados de simetría. Comprender estas zonas y su evolución es importante por diversas razones. Primero, se relacionan con estructuras visibles que pueden estar presentes en las rocas: las capas competentes delgadas orientadas en la zona la desarrollarán boudinage, mientras que las de la zona 3 se plegarán; las capas

de las zonas 1b y 2 presentarán pliegues con una fase tardía de desplegado o boudinage, con el grado máximo de alargamiento tardío en la zona 1b. Segundo, ilustra en forma palpable la complejidad inherente a la deformación finita. Finalmente, aunque la forma final de la elipse de deformación es independiente del tipo de deformación, la historia de las zonas de contracción y de expansión no lo es y, por lo menos teóricamente, en base a las zonas es posible decir algo del curso de la deformación.

Debe resaltarse que las posiciones de estas zonas también sufren un desplazamiento si se producen cambios de área. Ello puede ilustrarse comparando la elipse modelo con círculos ligeramente mayores o menores que el círculo de partida. Entonces se verá que para cambios de área grandes puede ser que no haya ninguna línea de no deformación longitudinal finita. En estos casos todas las líneas se habrán alargado o contraído independientemente de su orientación.

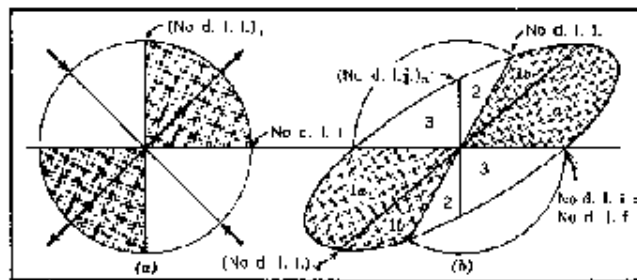


Figura 13 Posición de las zonas de extensión y contracción en cizalla simple. (a) Elipse de deformación intrínseca (no d. l. i. - líneas de no deformación longitudinal infinitesimal). (b) Elipse de deformación finita (no d. l. i. - líneas de no deformación longitudinal finita).

DEFORMACIÓN INHOMOGÉNEA

Haciendo extensivos a la deformación inhomogénea los modelos simples utilizados para ilustrar el desarrollo de la elipse de deformación, podemos introducirnos en el estudio de aquella empleando una baraja en la que se han dibujado bastantes círculos pequeños. Entonces la baraja se deforma con un ángulo de cizalla continuamente variable (**figura 14a**). Aunque las elipses resultantes definen completamente la variación de la deformación, es conveniente reducir esta información a una forma aún más simple. Ello se hace construyendo dos juegos de curvas, llamados trayectorias de la deformación, que en todas partes son tangentes a los ejes de las elipses (**figura 14b**). Obsérvese que a lo largo de estas curvas varían los valores de la deformación, con lo cual los únicos datos obtenidos directamente son los de orientación. De todos modos, las trayectorias ($1 + e_1$) convergen hacia zonas de deformación mayor, con lo cual los patrones indican también la variación de los valores de las deformaciones principales.

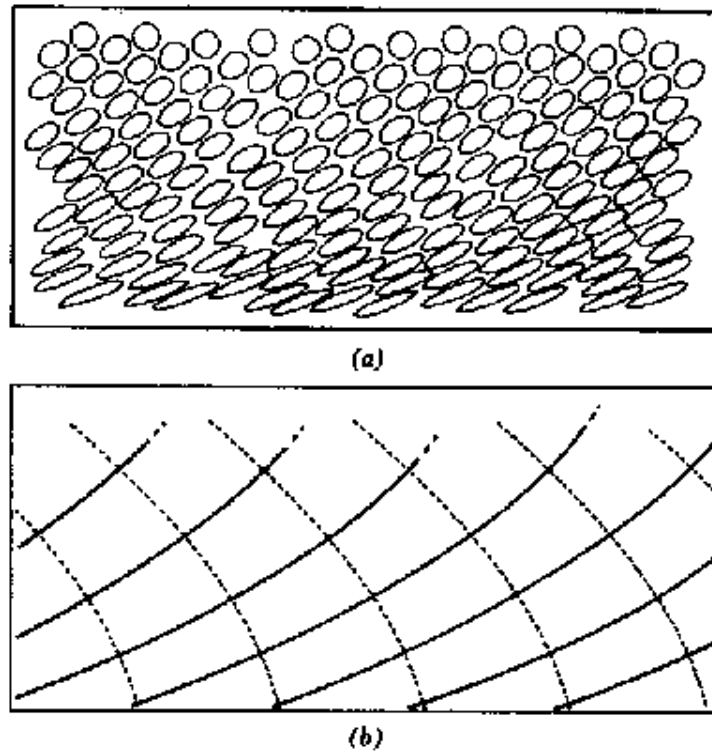


Figura 14 Deformación inhomogénea. (a) Campo de elipses de deformación. (b) Trayectorias de las deformaciones principales: $(1 + e_1)$ es la línea continua, $(1 + e_2)$ es la de trazos.

EJERCICIOS

- 1) Para fijar mentalmente los conceptos básicos de la deformación resulta excelente la repetición de los diversos experimentos ilustrativos realizados con barajas. Éstos deben incluir:
 - a) Producción de una elipse a partir de un círculo, observando los ejes principales, las líneas de no elongación finita, la rotación de los ejes durante el cizallamiento progresivo, la primera invariante de la deformación y la elipse de deformación recíproca. También hay que representar el curso de la deformación por cizalla simple en dos y en tres dimensiones.
 - b) Deformación de una elipse original y relación entre la orientación de sus ejes y los ejes principales de deformación.
 - c) Ilustración de la deformación progresiva, con especial referencia a las zonas de extensión y contracción. Seguir gráficamente la historia de una línea, como la línea ab de la **figura 12**, confrontando gráficamente su longitud con un ángulo de cizalla creciente.
- 2) Los cambios geométricos también pueden seguirse haciendo un gráfico de la orientación de los ejes principales, y las líneas de no elongación en ordenadas y el ángulo de cizalla en abscisas. También es instructivo representar la orientación de

los ejes de una elipse cuyo eje mayor originariamente es paralelo a la dirección de cizalla.

- 3) Hacer experimentos de deformación inhomogénea deformando un gran número de pequeños círculos (es muy fácil marcar los círculos en un juego de tarjetas con un tampón y la goma terminal de un lápiz corriente).
- 4) Deformar experimentalmente otras formas, incluyendo triángulos rectángulos diversamente orientados. Medir el ángulo de cizalla de varios de estos ángulos originariamente rectos.
- 5) Para los dos juegos de elipses deformadas de las figuras X1 y X2 (véase la pág. X-3), determinar la orientación de $(1 + e_1)$ y los valores de R_i , R_s y ϕ_{max} . Discutir los resultados.
- 6) Considerar el problema de la determinación del estado de deformación en el caso en que las elipses iniciales tienen una orientación preferente. Deformar experimentalmente: (1) un grupo de elipses perfectamente alineadas de R_i uniforme, (2) un grupo de elipses perfectamente alineadas de R_i variable. Discutir los resultados.

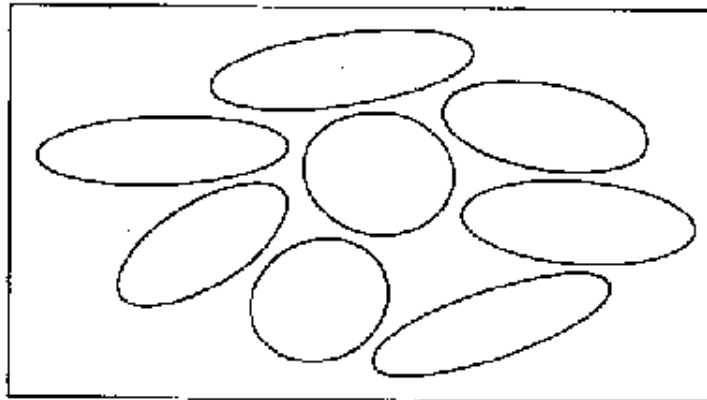


Figura X1

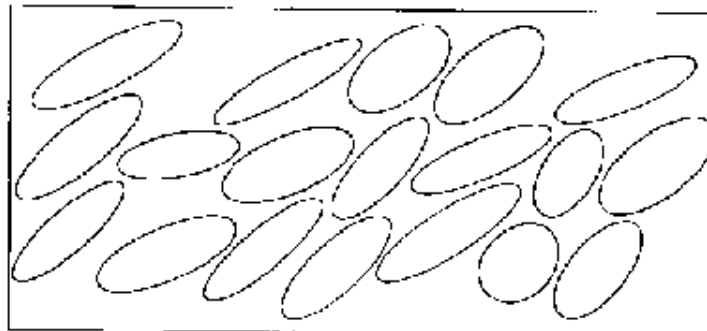


Figura X2